

Adı-Soyadı:

29.03.2019

Numarası:

Fen – Edb. Fak. Mat. Bölümü Mat 204 Analitik Geometri Quiz Sınavı

1. $y = 2x + 1 \mp \sqrt{(\lambda^2 - 1)x^2 - 2x(\lambda + 1) + 2\lambda - 1}$ konik ailesindeki koniklerin tipini λ parametresine göre irdeleyiniz.

2. $3x^2 + 3y^2 - 6x - 8y - 6 = 0$ koniği veriliyor. Bu koniğin,

- a) Merkez noktası
- b) x eksenine paralel çapı
- c) Eksenleri
- d) Asimptotları

araştırınız.

Başarılar

Prof. Dr. Emin KASAP

CEVAP ANAHTARI

1) Öncelikle

$$y = 2x + 1 \mp \sqrt{(\lambda^2 - 1)x^2 - 2x(\lambda + 1) + 2\lambda - 1}$$

konik ailesini standart hale getirelim:

$$(y - 2x - 1)^2 = \left(\mp \sqrt{(\lambda^2 - 1)x^2 - 2x(\lambda + 1) + 2\lambda - 1} \right)^2$$

$$\Rightarrow y^2 + 4x^2 + 1 - 4xy + 4x - 2y = (\lambda^2 - 1)x^2 - 2(\lambda + 1)x + 2\lambda - 1$$

$$\Rightarrow (5 - \lambda^2)x^2 - 4xy + y^2 + 2(\lambda + 3)x - 2y + 2(1 - \lambda) = 0$$

$$\begin{cases} A = 5 - \lambda^2 \\ B = -4 \\ C = 1 \end{cases} \text{ olmak üzere,}$$

$$\Delta = 4AC - B^2$$

$$= 4(5 - \lambda^2) - 16 = -4\lambda^2 + 4$$

$$\Rightarrow 4\lambda^2 - 4 = 0 \Rightarrow \lambda = \mp 1 \text{ bulunur.}$$

λ	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
Δ	$-$	0	$+$	0	$-$
	HİPERBOL	PARABOL	ELİPS	PARABOL	HİPERBOL

$$\lambda \in (-\infty, -1) \Rightarrow \text{Hiperbol}$$

$$\lambda = -1 \Rightarrow \text{Parabol}$$

$$\lambda \in (-1, 1) \Rightarrow \text{Elips}$$

$$\lambda = 1 \Rightarrow \text{Parabol}$$

$$2) \quad 3x^2 + 3y^2 - 6x - 8y - 6 = 0 \text{ koniğinde,}$$

$$\phi_x = 6x - 6$$

$$\phi_y = 6y - 8 \text{ dir.}$$

a- $M(x_0, y_0)$ olmak üzere

$$\phi_x|_M = 0 \text{ ve } \phi_y|_M = 0$$

$$\Rightarrow 6x_0 - 6 = 0 \text{ ve } 6y_0 - 8 = 0$$

$$\Rightarrow x_0 = 1 \text{ ve } y_0 = \frac{4}{3} \text{ bulunur. O halde merkez } M(1, \frac{4}{3})$$

noktasıdır.

b- Bir konik denklemde eşlenik doğrultular arasındaki bağıntı

$$m' = - \frac{2A + Bm}{B + 2cm} \text{ dir.}$$

\downarrow
 çapın eğimi

x-eksenine paralel olan çapın eğimi $m' = 0$ olmalıdır. Buradan

$$2A + Bm = 0 \Rightarrow m = - \frac{2A}{B} = - \frac{6}{0} \text{ bulunur. O halde}$$

$$\phi_x + m\phi_y = 0 \text{ denkleminde } x\text{-eksenine paralel çap}$$

$$y = \frac{4}{3} \text{ olarak elde edilir.}$$

c- Bir konik denklemde asal doğrultular arasındaki bağıntı

$$Bm^2 + 2(A-c)m - B = 0 \text{ dir. Buradan, } B=0 \text{ olduğu için}$$

$$\frac{2(A-c)m}{=0} = 0 \text{ olup bu eşitlik her } m \text{ için sağlanır ki}$$

sonsuz tane m değeri ve bununla ilişkili sonsuz tane eksen vardır.

d- Bir konik denklemde asimptotik doğrultular arasındaki bağıntı

$$Cm^2 + Bm + A = 0 \text{ dir. Buradan, } 3m^2 + 3 = 0 \Rightarrow m^2 = -1$$

olup bu eşitlikten hiçbir m reel sayısı bulunmaz ve bu koninin hiçbir asimptotu yoktur.